Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 53**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se verifice că $\lg\frac{1}{2}+\lg\frac{2}{3}+...+\lg\frac{9}{10}=-1$.

5p **2.** Să se calculeze $C_{1000}^{2}-C_{1000}^{998}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x}+3^{-x}=\frac{10}{3}$.

5p **4.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât $x^{2}-(m-3)x+m-3>0$, pentru orice x real.

5p **5.** Să se calculeze cosinusul unghiului A, al triunghiului ABC, știind că $AB=3$, $AC=5$ și $BC=6$.

5p **6.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0;a)$, $B(-1;2)$ și $C(4;5)$, unde a este un număr real. Să se determine valorile lui a pentru care triunghiul ABC este dreptunghic în A.

SUBIECTUL II (30p)

1. În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele $O(0,0)$ și $A_n(n,n+2)$, $\forall n\in\mathbb{N}$.

5p **a)** Să se determine ecuația dreptei A_0A_1.

5p **b)** Să se demonstreze că punctele A_0, A_1, A_2 sunt coliniare.

5p **c)** Să se arate că aria triunghiului OA_nA_{n+1} nu depinde de numărul natural n.

2. În inelul $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul $f=X^3-X-5$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3.

5p **a)** Să se calculeze $f\left(-\frac{1}{2}\right)$.

5p **b)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care restul împărțirii polinomului f la $X-a$ este -5.

5p **c)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$.

SUBIECTUL III (30p)

5p **1. a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-2x-1}{3x^2-4x+1}$.

5p **b)** Să se determine intervalele de convexitate şi intervalele de concavitate ale funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^4-6x^2+18x+12$.

5p **c)** Se consideră funcția $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\left(x^2-1\right)\ln x$. Să se demonstreze că $g(x)\geq 0$, oricare ar fi $x\in(0;+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x+1, & x<0 \\ \dfrac{1}{x+1}-\sqrt{x}, & x\geq 0 \end{cases}$

5p **a)** Să se demonstreze că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\,dx$.

5p **c)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-x\,f\left(x^2\right)$, axa Ox şi dreptele de ecuații $x=1$ şi $x=2$.