Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) — Varianta 51

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine numărul real x știind că numerele $x+1$, $2x-3$ și $x-3$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **2.** După o reducere a prețului cu 10%, un produs costă 99 lei. Să se determine prețul produsului înainte de reducere.

5p **3.** Să se calculeze $C_{2009}^{2}-C_{2009}^{2007}$.

5p **4.** Să se determine funcția de gradul al II-lea al cărei grafic conține punctele $A(1;3)$, $B(0;5)$ și $C(-1;11)$.

5p **5.** În triunghiul ABC punctele M, N, P sunt mijloacele laturilor AB, BC, respectiv AC. Să se arate că $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AN}$.

5p **6.** În triunghiul ABC se dau $AB=BC=3$ și $AC=3\sqrt{2}$. Să se determine $\cos A$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $H(a)=\begin{pmatrix}1 & \ln a & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & a\end{pmatrix}$, unde $a>0$.

5p **a)** Să se calculeze $\det\left(H(a)\right), \forall a>0.$

5p **b)** Să se arate că $H(a)\cdot H(b)=H(a\cdot b),\ \forall a,b>0.$

5p **c)** Să se calculeze determinantul matricei $H(1)+H(2)+H(3)+\ldots+H(2009)$.

2. Pe mulțimea $G=(2,\infty)$ se consideră operația $x\circ y=xy-2(x+y)+6$.

5p **a)** Să se arate că $x\circ y=(x-2)(y-2)+2,\ \forall x,y\in G$.

5p **b)** Să se demonstreze că $x\circ y\in G,$ pentru $\forall x,y\in G.$

5p **c)** Să se arate că toate elementele mulțimii G sunt simetrizabile, în raport cu legea "$\circ$".

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}2x+3, & x\le 1\\ \ln x, & x>1\end{cases}$.

5p **a)** Să se studieze continuitatea funcției f în punctul $x_0=1$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$.

5p **c)** Să se determine $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f\left(e^x\right)+f\left(e^{x^2}\right)+\ldots+f\left(e^{x^{2009}}\right)}{x^{2009}}$.

2. Se consideră funcțiile $f,F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x+x^2+2x$ și $F(x)=e^x+\dfrac{x^3}{3}+x^2+1$.

5p **a)** Să se arate că funcția *F* este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\,dx$.

5p **c)** Să se calculeze aria suprafeței plane mărginite de graficul funcției $h:[0,1]\to\mathbb{R}$, $h(x)=\dfrac{f(x)-x^2-2x}{e^x+1}$, axa *Ox* și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.