Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 5**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine numărul elementelor mulțimii $A=\left\{x\in\mathbb{Z}\,\middle|\,|x+1|\leq 2\right\}$.

5p **2.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\left\{\sqrt[3]{1},\ \sqrt[3]{2},\ \sqrt[3]{3},...,\ \sqrt[3]{30}\right\}$, acesta să fie număr rațional.

5p **3.** Fie funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+3$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=2x-1$. Să se determine soluția reală a ecuației $2f(x)+3g(x)=-5$.

5p **4.** După o reducere cu 20 %, prețul unui produs este 320 de lei. Să se determine prețul produsului înainte de reducere.

5p **5.** În reperul cartezian $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ se consideră vectorii $\vec{u}=-3\vec{i}+2\vec{j}$ și $\vec{v}=5\vec{i}-\vec{j}$. Să se determine coordonatele vectorului $5\vec{u}+3\vec{v}$.

5p **6.** Fie triunghiul dreptunghic *ABC* și *D* mijlocul ipotenuzei *BC*. Să se calculeze lungimea laturii *AB*, știind că *AC* = 6 și *AD* = 5.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} x-3 & 1 \\ 1 & x-3 \end{pmatrix}$, $x\in\mathbb{R}$. Se notează $A^2=A\cdot A$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se determine x real, știind că $\det(A)=0$.

5p **b)** Să se verifice egalitatea $A^2=(2x-6)A-\left(x^2-6x+8\right)\cdot I_2$.

5p **c)** Să se determine $x\in\mathbb{R}$ pentru care $A^2=2A$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x\circ y=xy-2(x+y)+6$.

5p **a)** Să se arate că $x\circ y=(x-2)(y-2)+2$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se demonstreze că $x\circ 2=2$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Știind că legea de compoziție „$\circ$” este asociativă, să se calculeze valoarea expresiei $E=(-2009)\circ(-2008)\circ\ldots\circ(-1)\circ 0\circ 1\circ 2\circ\ldots\circ 2009$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^{2009}-2009(x-1)-1$.

5p **a)** Să se calculeze $f(0)+f'(0)$.

5p **b)** Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(1;0)$.

5p **c)** Să se arate că funcția f este convexă pe $[0;+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+e^{-x}$.

5p **a)** Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției *f*, axa *Ox* și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **b)** Folosind faptul că $x^2+e^{-x^2}\geq 1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$, să se demonstreze că $\int_0^1 e^{-x^2}dx\geq\frac{2}{3}$.

5p **c)** Să se determine volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei *Ox*, a graficului funcției $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)+f(-x)$.