Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 49**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze suma $1+11+21+31+...+111$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+4$. Să se determine valorile numărului real *m* pentru care punctul $A(m,4)$ aparține graficului funcției *f*.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2+x+1}=8$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element *n* al mulțimii $\{1,2,3,4\}$, acesta să verifice inegalitatea $2^n<n!$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(m^2,m)$ și dreapta de ecuație $d:x+y+m=0$. Să se determine valorile reale ale lui *m* pentru care punctul *A* aparține dreptei *d*.

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului *MNP*, știind că $MN=NP=6$ și $m(\sphericalangle MNP)=120°$.

SUBIECTUL II (30p) **Varianta 49**

http://www.pro-matematica.ro

1. Se consideră matricele $M_a = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze $\det(M_1 + M_2)$.

5p **b)** Să se calculeze M_a^2, unde $M_a^2 = M_a \cdot M_a$.

5p **c)** Să se determine matricele $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M_a \cdot X = X \cdot M_a$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.

2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x * y = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$.

5p **a)** Să se calculeze $x * 0$.

5p **b)** Să se demonstreze că legea „$*$” este asociativă.

5p **c)** Știind că $x_0 \in \mathbb{Q}$ și $x_n = x_0 * x_{n-1}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$, să se arate că $x_3 \notin \mathbb{Q}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-2)\ln x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0,\infty)$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

5p **c)** Să se arate că funcția f' este crescătoare pe $(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f, g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x}+\ln x$ și $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}+2}{2x}$.

5p **a)** Să se arate că funcția f este o primitivă a funcției g.

5p **b)** Să se calculeze $\int_1^4 f(x)\cdot g(x)dx$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\int_1^4 g(x)\cdot f''(x)dx=-1$.