Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 48**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 3$ și $a_3 = 7$. Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.

5p **2.** Să se determine numerele reale *m* pentru care punctul $A(m,-1)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 1$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(2x+3) = 2$.

5p **4.** Să se determine numărul submulțimilor cu 3 elemente ale unei mulțimi care are 5 elemente.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-2)$, $B(1,2)$ și $C(2,-1)$. Să se calculeze distanța de la punctul *C* la mijlocul segmentului *AB*.

5p **6.** Triunghiul *ABC* are $AB = 8$, $AC = 8$ și $m(\sphericalangle BAC) = 30^\circ$. Să se calculeze aria triunghiului *ABC*.

SUBIECTUL II (30p) **Varianta 48**

http://www.pro-matematica.ro

1. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ și $X=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$ din $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. Se notează $X^n=\underbrace{X\cdot X\cdot\ldots\cdot X}_{de\ n\ ori}$ pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a)** Să se calculeze X^2.

5p **b)** Să se determine inversa matricei X.

5p **c)** Să se determine numărul real r astfel încât $X^3=3X^2+rX+I_3$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=2^{x+y}$.

5p **a)** Să se calculeze $2009\circ(-2009)$.

5p **b)** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $x\circ x^2=64$.

5p **c)** Să se demonstreze că, dacă $(x\circ y)\circ z=2^{z+1}$, atunci $x=-y$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$.

5p **a)** Să se arate că $f'(x)=\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{1}{x^2}$, pentru orice $x>0$.

5p **b)** Să se demonstreze că $\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}+1}\geq f(x)$, oricare ar fi $x\in(1;+\infty)$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x\,f(x)\,f\left(\frac{1}{x}\right)\right)$.

2. Se consideră $I_n=\int_1^{\sqrt{3}}\frac{1}{x^n\left(x^2+1\right)}\,dx$, unde $n\in\mathbb{N}$.

5p **a)** Să se verifice că $I_0+I_2=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$.

5p **b)** Utilizând identitatea $\frac{1}{x\left(x^2+1\right)}=\frac{1}{x}-\frac{x}{x^2+1}$ adevărată pentru orice $x\neq 0$, să se determine I_1.

5p **c)** Să se arate că $I_n+I_{n-2}<\frac{1}{n-1}$, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$.