Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 47**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 7$ și $a_7 = 37$. Să se calculeze suma primilor zece termeni ai progresiei.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 7 - x$. Să se calculeze $f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(7)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{\sqrt{x-1}} = 4$.

5p **4.** Să se calculeze $C_7^5 - C_6^5 - C_6^4$.

5p **5.** Să se determine numărul real pozitiv *a* astfel încât distanța dintre punctele $A(2,-1)$ și $B(-1,a)$ să fie egală cu 5.

5p **6.** Să se calculeze aria unui triunghi echilateral care are lungimea înălțimii egală cu $3\sqrt{3}$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ și $A=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&1&0\\0&1&1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se determine matricea A^2, unde $A^2=A\cdot A$.

5p **b)** Să se demonstreze că $A^3=4A^2-5A+2I_3$, unde $A^3=A^2\cdot A$.

5p **c)** Să se determine numerele reale m,n,p astfel încât $A^{-1}=mA^2+nA+pI_3$, unde A^{-1} este inversa matricei A.

2. Se consideră numerele reale x_1, x_2, x_3 cu proprietatea că:

$x_1+x_2+x_3=2;\ \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=\frac{1}{2};\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=-2$.

5p **a)** Să se calculeze $x_1x_2x_3$.

5p **b)** Să se determine $a,b,c\in\mathbb{R}$, știind că ecuația $x^3+ax^2+bx+c=0$ are soluțiile x_1,x_2,x_3.

5p **c)** Să se descompună polinomul $f=X^3-2X^2-2X+4$ în factori ireductibili în $\mathbb{R}[X]$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:[1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2\ln x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x), x\in[1;+\infty)$.

5p **b)** Să se demonstreze că $\ln\frac{2010}{2009}\le\frac{1}{2}$.

5p **c)** Folosind faptul că $1\le x\le x^2\le 2$, oricare ar fi $x\in\left[1,\sqrt{2}\right]$, să se demonstreze inegalitatea $x^2-x\le 2\ln x$, pentru orice $x\in\left[1,\sqrt{2}\right]$.

2. Pentru fiecare $n\in\mathbb{N}$ se consideră $I_n=\int_2^3\frac{x^n}{x^2-1}dx$.

5p **a)** Să se arate că $I_0=\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$.

5p **b)** Să se calculeze I_1.

5p **c)** Să se demonstreze că $I_{n+2}-I_n=\frac{3^{n+1}-2^{n+1}}{n+1}$, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}$.