Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 46**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ în care $b_1 = 1$ și $b_2 = 3$. Să se calculeze b_4.

5p **2.** Ecuația $x^2 - x + m = 0$ are soluțiile x_1 și x_2. Să se determine numărul real *m* pentru care $\frac{1}{x_1+1} + \frac{1}{x_2+1} = -\frac{3}{4}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{x-2} = 0$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element *n* al mulțimii $\{1,2,3,4\}$, acesta să verifice inegalitatea $3^n > n^3$.

5p **5.** În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele $A(5,-1)$ și $B(3,1)$. Să se determine coordonatele simetricului punctului *A* față de punctul *B*.

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului *MNP*, știind că *MN* = 10, *NP* = 4 și $m(\sphericalangle MNP) = 60°$.

SUBIECTUL II (30p) **Varianta 46**

http://www.pro-matematica.ro

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 4 & -2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ și mulțimea

$G=\left\{M(x,y)\,\middle|\,M(x,y)=xI_2+yA,\ x,y\in\mathbb{R}\right\}\subset\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p **a)** Să se verifice că $A^2=O_2$, unde $A^2=A\cdot A$.

5p **b)** Să se determine inversa matricei $M(1,1)$.

5p **c)** Să se determine matricele inversabile din mulțimea G.

2. În mulțimea $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul $f=X^3+pX^2+1$ cu rădăcinile x_1,x_2,x_3 și $p\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze $f(-p)$.

5p **b)** Să se determine $p\in\mathbb{R}$ pentru care polinomul f este divizibil cu $X-1$.

5p **c)** Să se calculeze în funcție de $p\in\mathbb{R}$ suma $x_1^4+x_2^4+x_3^4$.

SUBIECTUL III (30p) **Varianta 46** http://www.pro-matematica.ro

1. Se consideră funcția $f:(0;+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}x^2-x+1, & x\in(0;1)\\ 1+\ln x, & x\geq 1\end{cases}$.

5p **a)** Să se studieze continuitatea funcției f în punctul $x_0=1$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$.

5p **c)** Să se arate că $f(x)\geq\dfrac{3}{4}$, pentru orice $x>0$.

2. Se consideră funcțiile $f,g:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+\dfrac{2}{x}$ și $g(x)=x\ln x$.

5p **a)** Să se verifice că $\int_1^2 f(x)dx=2\ln 2+\dfrac{7}{3}$.

5p **b)** Să se arate că $\int_1^2 g(x)dx=2\ln 2-\dfrac{3}{4}$.

5p **c)** Să se arate că există $x_0\in(1;2)$ astfel încât $f(x_0)>g(x_0)+3$.