Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 45**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+4x-5$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-4$. Să se calculeze $f(1)+f(2)+...+f(10)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(10-x)=2$.

5p **4.** Să se rezolve ecuația $A_n^2=12$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(5,2)$ și $C(3,-1)$. Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC.

5p **6.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $A=\{\sin 30^\circ, \sin 45^\circ, \sin 60^\circ\}$, acesta să fie număr rațional.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$ din $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Se notează $A^2=A\cdot A$.

5p **a)** Să se calculeze A^2.

5p **b)** Să se verifice că $A^2=(a+d)A-(ad-bc)I_2$.

5p **c)** Știind că $a+d\neq 0$ și $M\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu $A^2M=MA^2$, să se demonstreze că $AM=MA$.

2. Se consideră polinomul $f\in\mathbb{R}[X]$, $f=X^3-2X^2+aX+b$ cu rădăcinile x_1,x_2,x_3.

5p **a)** Pentru $a=1$ și $b=0$ să se determine x_1, x_2, x_3.

5p **b)** Știind că $x_1^2+x_2^2+x_3^2=2$, să se arate că $a=1$.

5p **c)** Știind că $f=(X-x_1^2)(X-x_2^2)(X-x_3^2)$, să se determine numerele reale a și b.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcțiile $f, g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)e^x$ și $g(x)=xe^x$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=g(x)$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției g.

5p **c)** Dacă $I\subset\mathbb{R}$ este un interval, să se demonstreze că funcția g este crescătoare pe I dacă și numai dacă funcția f este convexă pe I.

2. Se consideră funcțiile $f, g:[1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ și $g(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$.

5p **a)** Să se arate că funcția f este o primitivă a funcției g.

5p **b)** Să se calculeze $\int_1^e f(x)\,g(x)\,dx$.

5p **c)** Să se determine numărul real $a\in(1;+\infty)$ astfel încât $\int_1^a f(x)\,dx=2$.