Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 44**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_2 = 5$ și $r = 3$. Să se calculeze a_8.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x+2$. Să se calculeze suma $f(3)+f\left(3^2\right)+\ldots+f\left(3^5\right)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(2x+1)=1$.

5p **4.** Să se determine numărul submulțimilor cu 2 elemente ale unei mulțimi care are 6 elemente.

5p **5.** Să se determine coordonatele mijlocului segmentului AB, știind că $A(5,-4)$ și $B(-3,6)$.

5p **6.** Să se calculeze $\sin^2 150^\circ + \cos^2 30^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$ din $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Se notează cu A^t transpusa matricei A.

5p **a)** Știind că $ad=4$ și $bc=3$, să se calculeze $\det(A)$

5p **b)** Să se calculeze $A\cdot A^t$.

5p **c)** Să se demonstreze că dacă suma elementelor matricei $A\cdot A^t$ este egală cu 0, atunci $\det(A)=0$.

2. Se consideră polinomul $f=X^4+2X^3+aX^2+bX+c\in\mathbb{R}[X]$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4.

5p **a)** Să se calculeze suma $x_1+x_2+x_3+x_4$.

5p **b)** Să se determine rădăcinile polinomului f știind că $a=-1$, $b=-2$ și $c=0$.

5p **c)** Știind că rădăcinile polinomului f sunt în progresie aritmetică, să se demonstreze că $b=a-1$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+e^x$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(0)=1$.

5p **b)** Să se arate că funcția f este convexă pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f'(x)}{e^x}$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-x$.

5p **a)** Să se verifice că $\int_0^1 f(x)\,dx=e-\dfrac{3}{2}$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 xf(x)\,dx$.

5p **c)** Să se arate că dacă $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este o primitivă a funcției f, atunci $\int_e^{e^2}\dfrac{f(\ln x)}{x}\,dx=F(2)-F(1)$.