Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba D

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 43** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Dreptunghiul $ABCD$ are $BC=18$ și $m(\sphericalangle DAC)=60^\circ$. Să se calculeze lungimea laturii AB.

5p **2.** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_2(x^2+4)=3$.

5p **3.** Fie triunghiul ABC. Să se determine $k\in\mathbb{Z}$ astfel încât $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{CA}=k\cdot\overrightarrow{AB}$.

5p **4.** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\sqrt{x^2}=\left(-\sqrt{11}\right)^2$.

5p **5.** Să se determine parametrul real m astfel încât ecuația $2x^2-mx+m=0$ să aibă soluții reale egale.

5p **6.** Să se calculeze suma $1+3+3^2+\ldots+3^{99}$.

SUBIECTUL II (30p) **Varianta 43** http://www.pro-matematica.ro

Se consideră mulțimea $M=\left\{a+b\sqrt{2}\,\middle|\, a,b\in\mathbb{Z}\right\}$ și operațiile "+" și "$\cdot$" de adunare și respectiv de înmulțire a numerelor reale.

5p **a)** Să se demonstreze că $x+y\in M$, pentru oricare $x,y\in M$.

5p **b)** Să se demonstreze că $x\cdot y\in M$, pentru oricare $x,y\in M$.

5p **c)** Să se arate că $\{0,1\}\subset M$.

5p **d)** Să se arate că numărul $5-\sqrt{2}$ nu este element inversabil al mulțimii M în raport cu operația "$\cdot$"

5p **e)** Să se arate că $(M,+)$ este grup comutativ.

5p **f)** Să se demonstreze că orice element al mulțimii $H=\left\{a+b\sqrt{2}\,\middle|\, a,b\in\mathbb{Z},a^2-2b^2=1\right\}$ este element inversabil în raport cu operația "$\cdot$" definită pe H.

SUBIECTUL III (30p) **Varianta 43**

Fie matricele $A=\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ b & -a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $O_3=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $a,b\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Pentru $a=1,\ b=0,$ să se arate că $\det(A)+\det(I_3)=0$.

5p **b)** Pentru $a,b\in\mathbb{R}$, să se calculeze A^2.

5p **c)** Să se determine $a,b\in\mathbb{R}$, pentru care are loc egalitatea $aA+bI_3=O_3$.

5p **d)** Să se arate că matricea A este neinversabilă dacă și numai dacă $a=b=0$.

5p **e)** Să se determine $a,b\in\mathbb{Z}$, pentru care $A^{-1}=A$, unde A^{-1} este inversa matricei A.

5p **f)** Pentru $a=\frac{1}{2}$, să se determine valorile lui $b\in\mathbb{R}$ pentru care $A^2=I_3$.