Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 41**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine soluțiile reale ale inecuației $x^2 - 9 \le 0$.

5p **2.** Să se arate că punctul $A\left(\frac{2010}{2009}, 2\right)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2009x - 2008$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x - 4\cdot 3^x + 3 = 0$.

5p **4.** Să se determine numărul real x, știind că șirul $1, 2x+1, 9, 13, \ldots$ este progresie aritmetică.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,2)$ și $N(2,1)$. Să se determine ecuația dreptei MN.

5p **6.** Să se calculeze $\mathrm{tg}^2 30^\circ + \mathrm{ctg}^2 45^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x+y-z=3 \\ x-y+2z=a \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze determinantul matricei asociate sistemului.

5p **b)** Pentru $a=0$ să se rezolve sistemul.

5p **c)** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât soluția sistemului să verifice relația $x=y+z$.

2. Se consideră polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f=X^3-2X^2+aX-8$.

5p **a)** Să se determine numărul real *a* astfel încât o rădăcină a polinomului *f* să fie egală cu 2.

5p **b)** Pentru $a=4$ să se determine câtul şi restul împărțirii polinomului *f* la polinomul $g=X^2-2X+4$.

5p **c)** Să se demonstreze că, dacă $a \in (2,+\infty)$, atunci *f* nu are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL III (30p)

1. Fie funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(1;+\infty)$

5p **b)** Să se verifice că $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=-1$.

5p **c)** Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(1,+\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f,g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1+\sqrt{x}}{x}$ și $g(x)=\dfrac{1}{4}\cdot\ln x$.

5p **a)** Să se arate că $\int_1^4 f(x)dx=\ln 4+2$.

5p **b)** Să se verifice că $\int_1^4 g(x)dx=\ln 4-\dfrac{3}{4}$.

5p **c)** Să se calculeze $\int_1^e f\left(x^2\right)\cdot g\left(x^2\right)dx$.