Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba D

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 40** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $\sin 135^{\circ}$.

5p **2.** Să se demonstreze că numărul $\left|\sqrt{7}+\sqrt{3}\right|-\left|\sqrt{3}-\sqrt{7}\right|+\left|2\sqrt{3}-7\right|$ este natural.

5p **3.** Fie triunghiul ABC. Să se determine $k\in\mathbb{Z}$ astfel încât $3\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}=k\cdot\overrightarrow{AC}$.

5p **4.** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\sqrt{2x-4}=4$.

5p **5.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3mx+1$ să treacă prin punctul $A(m,\ 5)$.

5p **6.** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ inecuația $\frac{x+2}{x+1}>1$.

SUBIECTUL II (30p) **Varianta 40** http://www.pro-matematica.ro

Pe mulțimea numerelor naturale se defineşte legea de compoziție $x * y = r$, unde r este restul împărțirii produsului $x \cdot y$ la 10. Se admite că legea "$*$" este asociativă pe $\mathbb{N}$. Se consideră mulțimea $P = \{2,4,6,8\}$.

5p **a)** Să se arate că $10 * x = 0, \forall x \in \mathbb{N}$.

5p **b)** Să se calculeze $6 * 6 * 6 * 6$.

5p **c)** Să se arate că $x * y \in P$, pentru oricare $x, y \in P$.

5p **d)** Să se demonstreze că legea "$*$" determină pe mulțimea P o structură de grup comutativ.

5p **e)** Să se rezolve ecuația $(x * 2) * 4 = 8$ în mulțimea P.

5p **f)** Să se calculeze $1 * 2 * 3 * ... * 2008 * 2009$.

SUBIECTUL III (30p) **Varianta 40**

Fie matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze A^3.

5p **b)** Să se verifice egalitatea $I_2+A^3=(I_2+A)(I_2-A)$.

5p **c)** Să se arate că $\det(aI_2+aA)\geq 0$ pentru oricare $a\in\mathbb{R}$.

5p **d)** Să se arate că, pentru oricare $a\in\mathbb{R}$, matricea I_2+aA este inversabilă.

5p **e)** Să se arate că, pentru oricare $a\in\mathbb{R}$, există $b\in\mathbb{R}$, astfel încât $(I_2+aA)(I_2+bA)=I_2$.

5p **f)** Să se determine matricea $X=\begin{pmatrix}x & y\\ -x & -y\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ care verifică simultan condițiile:

$X\neq O_2$, $X\cdot A=O_2$ și $(X-I_2)^2=I_2$.