Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 40**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se formeze o ecuație de gradul al doilea, știind că aceasta are soluțiile $x_1 = 2$ și $x_2 = 3$.

5p **2.** Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x^2 - 2x + y = 0 \end{cases}$, unde $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(9 - x^2) = 1$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element n al mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4\}$, acesta să verifice inegalitatea $n! < 5$.

5p **5.** Să se calculeze $\dfrac{\sin 135^\circ}{\cos 45^\circ}$.

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului ABC în care $AB = 8, AC = 4$ și $m(\sphericalangle BAC) = 45^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x+4y+4z=15 \\ 3x+(a+4)y+5z=22 \\ 3x+2y+(3-a)z=16 \end{cases}$, unde $a\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Pentru $a=1$ să se calculeze determinantul matricei asociate sistemului.

5p **b)** Să se arate că tripletul $(7,1,1)$ nu poate fi soluție a sistemului, oricare ar fi $a\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Să se determine soluția (x_0,y_0,z_0) a sistemului pentru care $y_0+z_0=3$.

2. Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ se consideră legile de compoziție $x\perp y=x+y+1$, $x\circ y=ax+by-1$, cu $a,b\in\mathbb{Z}$ și funcția $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$, $f(x)=x+2$.

5p **a)** Să se demonstreze că $x\perp(-1)=(-1)\perp x=x$, oricare ar fi $x\in\mathbb{Z}$.

5p **b)** Să se determine $a,b\in\mathbb{Z}$ pentru care legea de compoziție „$\circ$” este asociativă.

5p **c)** Dacă $a=b=1$ să se arate că funcția f este morfism între grupurile $(\mathbb{Z},\perp)$ și $(\mathbb{Z},\circ)$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-\frac{1}{x^2}$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(1;0)$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{x}$.

2. Se consideră funcțiile $f,F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-\frac{1}{x}$ și $F(x)=x-\ln x$.

5p **a)** Să se arate că funcția F este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Să se calculeze $\int_1^2 F(x)\cdot f(x)\,dx$.

5p **c)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției F, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$.