Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 4**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine soluțiile întregi ale inecuației $(x-1)^2 + x - 7 < 0$.

5p **2.** Să se calculeze suma primilor 5 termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1 = 1$ și $a_2 = 3$.

5p **3.** Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 - 8x - 3$, unde m este un număr real nenul. Să se determine m știind că valoarea maximă a funcției f este egală cu 5.

5p **4.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_2(x+2) - \log_2(x-5) = 3$.

5p **5.** Să se determine numărul real a știind că vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} + a\vec{j}$ și $\vec{v} = 3\vec{i} + (a-2)\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6.** Să se calculeze raza cercului circumscris triunghiului ABC, știind că $AB = 3$ și $m(\sphericalangle C) = 30°$.

SUBIECTUL II (30p)

1. În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}4 & -6\\ 2 & -3\end{pmatrix}$ și $X(a)=I_2+aA$, unde $a\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze A^3, unde $A^3=A\cdot A\cdot A$.

5p **b)** Să se verifice dacă $X(a)\cdot X(b)=X(a+b+ab)$, oricare ar fi numerele $a,b\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Să se calculeze suma $X(1)+X(2)+X(3)+...+X(2009)$.

2. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_6,+,\cdot)$, unde $\mathbb{Z}_6=\{\hat{0},\ \hat{1},\ \hat{2},\ \hat{3},\ \hat{4},\ \hat{5}\}$.

5p **a)** Să se rezolve în $\mathbb{Z}_6$ ecuația $\hat{2}x+\hat{5}=\hat{1}$.

5p **b)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix}\hat{1} & \hat{2} & \hat{3}\\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1}\\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2}\end{vmatrix}$ în $\mathbb{Z}_6$.

5p **c)** Să se rezolve în $\mathbb{Z}_6$ sistemul de ecuații $\begin{cases}\hat{2}x+y=\hat{4}\\ x+\hat{2}y=\hat{5}\end{cases}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+e^{-x}$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se arate că f este descrescătoare pe $(-\infty,0]$ și crescătoare pe $[0,+\infty)$.

5p **c)** Să se determine ecuația asimptotei oblice către $+\infty$ la graficul funcției *f*.

2. Se consideră funcția $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=(x+1)^3-3x^2-1$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_0^1 g(x)dx$.

5p **b)** Să se determine numărul real $a>1$ astfel încât $\int_1^a \left(g(x)-x^3\right)\cdot e^x dx=6e^a$.

5p **c)** Să se calculeze $\int_0^1 \left(3x^2+3\right)\cdot g^{2009}(x)dx$.