Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 38**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ în care $b_1 = 2$ și $b_2 = 6$. Să se calculeze b_5.

5p **2.** Să se determine numerele reale *m* pentru care minimul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + mx + 2$ este egal cu $-\frac{1}{4}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x-5} = 3^{x^2-8}$.

5p **4.** Să se rezolve ecuația $C_n^2 = 21$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $A(1,1)$ și are panta egală cu 1.

5p **6.** În triunghiul *ABC* se cunosc $AB = AC = 6$ și $BC = 6\sqrt{3}$. Să se calculeze $\cos B$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x+3y+2z=b \\ x-2y+az=5 \\ x+y+4z=4 \end{cases}$, unde $a,b\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze determinantul matricei asociate sistemului.

5p **b)** Pentru $a=-1$ și $b=2$ să se rezolve sistemul.

5p **c)** Să se determine numărul real b, știind că (x_0,y_0,z_0) este soluție a sistemului și că $x_0+y_0+z_0=4$.

2. Se consideră polinoamele $f=X^2-12X+35$ și $g=(X-6)^{2009}+X-6$. Polinomul g are forma algebrică $g=a_{2009}X^{2009}+a_{2008}X^{2008}+...+a_1X+a_0$, cu $a_0,a_1,...,a_{2009}\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze $f(5)+g(5)$.

5p **b)** Să se arate că numărul $a_0+a_1+...+a_{2009}$ este negativ.

5p **c)** Să se determine restul împărțirii polinomului *g* la polinomul *f*.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$.

5p **a)** Să se arate că $f'(x)=\dfrac{4x}{\left(x^2+1\right)^2}$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f.

5p **c)** Știind că $g:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)+f\left(\dfrac{1}{x}\right)$, să se determine

$$\lim_{x\to 0}\frac{g(x)+g\left(x^2\right)+g\left(x^3\right)+\ldots+g\left(x^{2009}\right)+x^{2010}}{x^{2009}}.$$

2. Se consideră $I_n=\displaystyle\int_e^{e^2} x\ln^n x\,dx$, pentru orice $n\in\mathbb{N}$.

5p **a)** Să se calculeze I_0.

5p **b)** Să se arate că $I_n\le I_{n+1}$, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}$.

5p **c)** Să se demonstreze că are loc relația $I_n=\dfrac{e^2\left(e^2\cdot 2^n-1\right)}{2}-\dfrac{n}{2}I_{n-1}$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.