Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba D

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 37** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine $x \in \mathbb{R}$ astfel încât vectorii $\vec{a} = x\vec{i} - 2\vec{j}$ și $\vec{b} = \vec{i} + 4\vec{j}$ să fie coliniari.

5p **2.** Să se calculeze $\cos 135^\circ$.

5p **3.** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$.

5p **4.** Să se determine funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (m-3)x + 4$ cu $m \in \mathbb{R} - \{3\}$ astfel încât punctul $A(1,\ 2m)$ să aparțină graficului funcției *f*.

5p **5.** Să se calculeze $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$.

5p **6.** Ecuația $x^2 - x - 3 = 0$ are soluțiile $x_1,\ x_2$. Să se calculeze $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$.

SUBIECTUL II (30p) **Varianta 37** http://www.pro-matematica.ro

Pe mulțimea numerelor naturale se defineşte legea de compoziție $x * y = r$, unde r este restul împărțirii produsului $x \cdot y$ la 10. Se admite că legea "$*$" este asociativă pe $\mathbb{N}$. Se consideră mulțimea $I = \{1,3,5,7,9\}$.

5p **a)** Să se arate că $10 * x = 0, \forall x \in \mathbb{N}$.

5p **b)** Să se calculeze $5*5*5*5*5$.

5p **c)** Să se arate că $x * y \in I$, pentru oricare $x, y \in I$.

5p **d)** Să se demonstreze că legea "$*$" determină pe mulțimea $I \setminus \{5\}$ o structură de grup comutativ.

5p **e)** Să se calculeze $2*4*6*...*2008*2010$.

5p **f)** Să se demonstreze că legea "$*$" nu admite element neutru.

SUBIECTUL III (30p) **Varianta 37**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2&1&1\\1&2&1\\1&1&2\end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, $O_3=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze $\det(A-I_3)$.

5p **b)** Să se calculeze $A^2-5A+4I_3$.

5p **c)** Să se arate că $A^{-1}=-\frac{1}{4}A+\frac{5}{4}I_3$, unde A^{-1} este inversa matricei A.

5p **d)** Să se verifice egalitatea $\det\left(A^{-1}\right)=\frac{1}{\det(A)}$.

5p **e)** Să se determine $y,z\in\mathbb{R}$, pentru care $A^2+yA+zI_3=O_3$.

5p **f)** Să se calculeze $\det\left(aA+{}^tA\right)$, unde ${}^tA$ este transpusa matricei A și $a\in\mathbb{R}$.