Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 37**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $2^{x^2}=16$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2-x$. Să se calculeze $f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(10)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2-x-2}=x-2$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $\{3,4,5,6\}$, acesta să verifice inegalitatea $n(n-1)\geq 20$.

5p **5.** Să se determine coordonatele simetricului punctului $A(2,-4)$ față de punctul $B(1,-2)$.

5p **6.** Să se calculeze $\sin^2 80^\circ+\sin^2 10^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. În mulțimea $\mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$ se consideră matricele $F=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ și $A=\begin{pmatrix}1&a&b\\0&1&c\\0&0&1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se determine numerele a, b și c astfel încât $A+F=\begin{pmatrix}2&3&4\\0&2&5\\0&0&2\end{pmatrix}$.

5p **b)** Să se arate că pentru $a=c=0$ și $b=-1$ matricea A este inversa matricei F.

5p **c)** Să se rezolve ecuația $F\cdot X=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix}$, unde $X\in\mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$.

2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziție $x*y=2xy-x-y+1$.

5p **a)** Să se arate că $x*y=xy+(1-x)(1-y)$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se arate că legea de compoziție „$*$” este asociativă.

5p **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x*(1-x)=0$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:[1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x-\ln x}{x+\ln x}$.

5p **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.

5p **b)** Să se arate că $f'(x)=\dfrac{2(\ln x-1)}{(x+\ln x)^2}$, oricare ar fi $x\in[1,+\infty)$.

5p **c)** Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției $g:[1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{f'(x)}{\left(f(x)+1\right)^2}$.

2. Se consideră funcțiile $f, g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\left(x^2+1\right)$ și $g(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

5p **a)** Să se verifice că $\int_0^1 f'(x)\,dx=\ln 2$.

5p **b)** Să se demonstreze că $\int g(x)\,dx=f(x)+\mathcal{C}$.

5p **c)** Să se calculeze $\int_1^2 \dfrac{g(x)}{f^2(x)}\,dx$.