Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 36**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine numerele reale *a* și *b* pentru care $(a-3)^2+(b+2)^2=0$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5-x$. Să se calculeze $f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(5)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(3x-1)=\log_3(2x+1)$.

5p **4.** Să se demonstreze că parabola asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2mx+m^2+1$ este situată deasupra axei Ox, oricare ar fi $m\in\mathbb{R}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(2,3)$ și $C(3,m)$. Să se determine numărul real *m* pentru care punctele *A*, *B* și *C* sunt coliniare.

5p **6.** Raza cercului circumscris triunghiului *ABC* are lungimea de 3 și $AC=6$. Să se calculeze $\sin B$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $G=\left\{\begin{pmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{pmatrix} \middle| a,b\in\mathbb{Z}\right\}$ și matricele $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se verifice că $B^2=3B$, unde $B^2=B\cdot B$.

5p **b)** Să se arate că $mI_3+nB\in G$, oricare ar fi $m,n\in\mathbb{Z}$.

5p **c)** Să se arate că dacă $A\in G$ și $A^2=O_3$, atunci $A=O_3$, unde $O_3=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $A^2=A\cdot A$.

2. Se consideră polinomul $f=X^4-12X^2+35,\ f\in\mathbb{R}[X]$.

5p **a)** Să se arate că $f=\left(X^2-6\right)^2-1$.

5p **b)** Să se demonstreze că polinomul f nu are rădăcini întregi.

5p **c)** Să se descompună polinomul f în produs de factori ireductibili în $\mathbb{R}[X]$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(x^2-3x-3\right)e^x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Să se arate că tangenta la graficul funcției f, dusă în punctul de coordonate $(-2, f(-2))$, este paralelă cu axa Ox.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dată prin $f(x)=\begin{cases}x+2, & x<0\\ e^x+1, & x\geq 0\end{cases}$.

5p **a)** Să se arate că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\int_{0}^{1} x f\left(x^2\right)dx=\frac{e}{2}$.