Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 34**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $(2x-1)^2 \le 9$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$. Să se calculeze $f(0)+f(1)+f(2)+...+f(10)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2+4)=\log_2(x+4)$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând unul dintre numerele P_3, A_3^1 și C_4^3, acesta să fie divizibil cu 3.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctele $A(2,-3)$ și $B(-3,2)$.

5p **6.** Să se determine aria unui triunghi ABC în care $AB=5$, $AC=6$ și $m(\sphericalangle BAC)=60^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $\mathcal{M}=\left\{\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \middle| a,b,c,d \in \mathbb{R}^* \right\}$ și matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$. Se notează cu X^t transpusa matricei X.

5p **a)** Să se calculeze $A^t \cdot A$.

5p **b)** Să se arate că, pentru orice matrice $X=\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ din $\mathcal{M}$, are loc egalitatea $\det\left(X \cdot X^t\right)=(ad-bc)^2$.

5p **c)** Să se arate că, pentru orice matrice $X=\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}$ cu $\det\left(X \cdot X^t\right)=0$, are loc relația $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

2. Pe mulțimea numerelor reale, se consideră legea de compoziție definită prin $x \circ y = xy - x - y + 2$.

5p **a)** Să se arate că legea "$\circ$" este asociativă.

5p **b)** Să se arate că, pentru oricare $x,y \in (1,+\infty)$, rezultă că $x \circ y \in (1,+\infty)$.

5p **c)** Să se determine $a \in \mathbb{Z}$ cu proprietatea că $x \circ a = a$, oricare ar fi $x \in \mathbb{Z}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x^2+2x+3)e^x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$.

5p **c)** Să se demonstreze că funcția f' este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

2. Se consideră funcțiile f, $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x\ln x$ și $g(x)=2x+\ln x+1$.

5p **a)** Să se arate că f este o primitivă a funcției *g*.

5p **b)** Să se calculeze $\int_1^e f(x)g(x)\,dx$.

5p **c)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$.