Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 32**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine rația unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_{10}-a_2=16$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$. Să se calculeze $f(2)+f\left(2^2\right)+...+f\left(2^7\right)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+1}=x-1$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un element *n* al mulțimii $\{1,2,3,4\}$, acesta să verifice inegalitatea $n!\geq n^2$.

5p **5.** Să se calculeze distanța de la punctul $O(0,0)$ la punctul de intersecție a dreptelor $d_1: 2x-y-2=0$ și $d_2: x+3y-8=0$.

5p **6.** Să se verifice că în orice triunghi dreptunghic ABC, de ipotenuză BC, are loc relația $\sin^2 B+\sin^2 C=1$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră punctele $A_n\left(n, n^2\right)$, unde $n \in \mathbb{N}$.

5p **a)** Să se determine ecuația dreptei A_0A_1.

5p **b)** Să se calculeze aria triunghiului $A_0A_1A_2$.

5p **c)** Să se arate că pentru orice $m, n, p \in \mathbb{N}$, distincte două câte două, aria triunghiului $A_mA_nA_p$ este un număr natural.

2. Se consideră polinomul $f = 4X^4 + 4mX^3 + \left(m^2 + 7\right)X^2 + 4mX + 4$, unde $m \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine $m \in \mathbb{R}$ știind că $x = 1$ este rădăcină a polinomului f.

5p **b)** Să se determine $m \in \mathbb{R}$ știind că suma rădăcinilor polinomului f este egală cu 0.

5p **c)** Pentru $m = -5$ să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $f\left(x\right) = 0$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\frac{1}{e^x}$.

5p **a)** Să se calculeze $f(0)+f'(0)$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)+f'(x)}{x}$.

5p **c)** Să se arate că funcția f este concavă pe $\mathbb{R}$.

2. Se consideră funcțiile $f,g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-x$, $g(x)=1-x+x^2-x^3+...+x^{2008}-x^{2009}$.

5p **a)** Să se determine mulțimea primitivelor funcției *f*.

5p **b)** Să se determine volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei *Ox*, a graficului funcției f.

5p **c)** Să se arate că $\int_0^1(x+1)g(x)\,dx<1$.