Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 29**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $C_5^2 - A_4^2 + 6$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$. Să se calculeze $f(-6)+f(0)+f(6)+f(12)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x^2-1)=1$.

5p **4.** Să se rezolve sistemul $\begin{cases} 2x-y=3 \\ x^2+2x-7=y \end{cases}$, unde $x\in\mathbb{R}$, $y\in\mathbb{R}$.

5p **5.** Să se determine numerele reale *m* și *n* pentru care punctele $A(3,-1)$ și $B(1,1)$ se află pe dreapta de ecuație $x+my+n=0$.

5p **6.** Să se calculeze $\left(\cos 150^\circ+\cos 30^\circ\right)\left(\sin 120^\circ-\sin 60^\circ\right)$.

SUBIECTUL II (30p)

1. În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ notăm cu A^t transpusa matricei A.

5p **a)** Să se calculeze $I_2+(I_2)^t$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **b)** Să se demonstreze că pentru orice $A\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $m\in\mathbb{R}$ are loc relația $(mA)^t=mA^t$.

5p **c)** Să se determine matricele $A\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A+A^t=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x*y=\left(x-\sqrt{2}\right)\left(y-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}$.

5p **a)** Să se rezolve ecuația $x*x=x$, unde $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se demonstreze că legea de compoziție „$*$” este asociativă.

5p **c)** Să se determine elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln x$.

5p **a)** Să se arate că $f(1)-f'(1)=1$.

5p **b)** Să se determine punctul de extrem al funcției f.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)-x}{x}$

2. Se consideră integralele $I=\int_0^1 \dfrac{e^x}{x+1}\,dx$ și $J=\int_0^1 \dfrac{xe^x}{x+1}\,dx$.

5p **a)** Să se verifice că $I+J=e-1$.

5p **b)** Utilizând, eventual, inegalitatea $e^x\geq x+1$, adevărată pentru orice $x\in\mathbb{R}$, să se arate că $J\geq\dfrac{1}{2}$.

5p **c)** Să se demonstreze că $I=\dfrac{e-2}{2}+\int_0^1 \dfrac{e^x}{(x+1)^2}\,dx$.