Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 28**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine cea mai mică valoare a funcției $f:[-2,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=-3x+1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$. Să se calculeze $f(1)+f(2)+...+f(6)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(2x+5)=\log_2(x^2+3x+3)$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând unul dintre numerele C_4^2, C_5^2 și C_4^3, acesta să fie divizibil cu 3.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(1,5)$ și $C(4,2)$. Să se calculeze distanța de la punctul A la mijlocul segmentului BC.

5p **6.** Se calculeze $\sin 60^\circ - \cos 30^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $M=\{aI_2+bV \mid a,b\in\mathbb{R}\}$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $V=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se verifice că $I_2\in M$.

5p **b)** Să se arate că dacă $A\in M$ și A este matrice inversabilă, atunci $a\neq 0$.

5p **c)** Știind că $A,B\in M$, să se arate că $AB\in M$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x*y=xy-5(x+y)+30$.

5p **a)** Să se demonstreze că $x*y=(x-5)(y-5)+5$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **c)** Știind că legea de compoziție „$*$” este asociativă, să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x*x*x=x$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{e}\cdot e^x-1, & x\le 1\\ \ln x, & x>1\end{cases}$.

5p **a)** Să se studieze continuitatea funcției f în punctul $x_0=1$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Să se arate că funcția f este concavă pe $(1,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x^2+1}$.

5p **a)** Să se determine $\int\left(x^2+1\right)\cdot f(x)\,dx$.

5p **b)** Să se verifice că $\int_0^1 f(x)\,dx=\ln(2e)$.

5p **c)** Să se arate că $\int_0^1 f'(x)\cdot e^{f(x)}dx=e(e-1)$.