**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
# Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

**Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.**
**Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

**SUBIECTUL I (30p)** **Varianta 27**

http://www.pro-matematica.ro

**5p** **1.** Să se determine elementele mulțimii $A=\{x\in\mathbb{N}\mid |2x-1|\le 1\}$.

**5p** **2.** Se consideră ecuația $x^2+3x-5=0$ cu soluțiile $x_1$ și $x_2$. Să se calculeze $x_1^2+x_2^2$.

**5p** **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2-25}=12$.

**5p** **4.** Să se calculeze $C_4^0-C_4^1+C_4^2-C_4^3+C_4^4$.

**5p** **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(1,2)$, $B(5,6)$ și $C(-1,1)$. Să se determine ecuația medianei duse din vârful $C$ al triunghiului $ABC$.

**5p** **6.** Să se calculeze aria triunghiului $MNP$ dacă $MN=6$, $NP=4$ și $m(\sphericalangle MNP)=30^\circ$.

**SUBIECTUL II (30p)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ și $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Să se calculeze $A^2$, unde $A^2=A\cdot A$.

**5p** **b)** Să se verifice că $AB-2B=O_2$.

**5p** **c)** Să se arate că dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $A\cdot X\cdot B=O_2$, atunci suma elementelor matricei $X$ este egală cu zero.

**2.** Se consideră polinoamele $f,g\in\mathbb{Z}_2[X]$, $f=X^2+\hat{1}$ și $g=X+\hat{1}$ și mulțimea $H=\left\{a+bX+cX^2 \,\middle|\, a,b,c\in\mathbb{Z}_2\right\}$.

**5p** **a)** Să se verifice că $g^2=f$.

**5p** **b)** Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului $f+g$ la polinomul $f$.

**5p** **c)** Să se determine numărul elementelor mulțimii $H$.

**SUBIECTUL III (30p)**

**1.** Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$.

**5p** **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0;+\infty)$.

**5p** **b)** Să se determine intervalele de monotonie ale funcției $f$.

**5p** **c)** Să se determine ecuația asimptotei orizontale la graficul funcției $f$.

**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^{1004}+2009^x$.

**5p** **a)** Să se determine $\int f(x)\,dx$.

**5p** **b)** Să se arate că orice primitivă a funcției $f$ este funcție crescătoare pe $\mathbb{R}$.

**5p** **c)** Să se calculeze $\int_0^1 x\cdot f\left(x^2\right)dx$.