Ministerul Educației, Cercetării și Inovării

Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 26**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_3 = 5$ și $a_6 = 11$. Să se calculeze a_9.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2 + x$. Să se calculeze $f(1) + f(2) + \ldots + f(20)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{x+2} = 2^{x^2+5}$.

5p **4.** Să se rezolve ecuația $C_{n+2}^{n+1} = 2$, unde $n \in \mathbb{N}$.

5p **5.** Să se determine numărul real *m* pentru care vectorii $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ și $\vec{w} = -\vec{i} + m\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6.** Să se calculeze $\cos 30° + \cos 60° + \cos 120° + \cos 150°$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ a & b\end{pmatrix}$, unde $a,b\in\mathbb{Z}$. Se notează $A^2=A\cdot A$.

5p **a)** Să se calculeze A^2.

5p **b)** Să se verifice că $A^2=aI_2+bA$.

5p **c)** Știind că $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ și $AX=XA$, să se arate că există $m,n\in\mathbb{Z}$ astfel încât $X=mI_2+nA$.

2. Se consideră polinomul $f=X^4+aX^3-X-1$, unde $a\in\mathbb{Z}$.

5p **a)** Să se determine a știind că $x=1$ este rădăcină a polinomului f.

5p **b)** Pentru $a=1$ să se determine rădăcinile reale ale polinomului f.

5p **c)** Să se demonstreze că $f(x)\neq 0$, oricare ar fi $x\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=e^x-x-1$.

5p **a)** Să se calculeze derivata funcției f.

5p **b)** Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f.

5p **c)** Să se arate că $e^{x^2}+e^x\geq x^2+x+2,$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

2. Se consideră funcțiile $f,g:(0,+\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=1+\ln x$ și $g(x)=x\ln x$.

5p **a)** Să se arate că g este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Să se calculeze $\int_1^e f(x)\cdot g(x)dx$.

5p **c)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției g, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$.