Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 25** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $\lg 20 + \lg 3 - \lg 6$.

5p **2.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr natural de două cifre, acesta să fie pătrat perfect.

5p **3.** Să se determine mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $\sqrt{7-x} = 1$.

5p **4.** Să se determine $m \in \mathbb{R}$, știind că soluțiile x_1, x_2 ale ecuației $x^2 - (2m+1)x + 3m = 0$ verifică relația $x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 11$.

5p **5.** Să se demonstreze că, în orice triunghi dreptunghic *ABC* de arie *S* și ipotenuză de lungime a, este adevărată identitatea $a^2 \sin B \sin C = 2S$.

5p **6.** Să se calculeze $\sin 170^\circ - \sin 10^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+2y+az=1 \\ x+4y+a^2z=1 \end{cases}$ și matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 1 & 4 & a^2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p **a)** Să se calculeze $\det(A(4))$.

5p **b)** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.

5p **c)** Pentru $a \in \mathbb{R} \setminus \{1,2\}$ să se rezolve sistemul.

2. Fie polinomul $f = X^3 + aX^2 - aX - 4$, $f \in \mathbb{R}[X]$.

5p **a)** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $x_1 + x_2 + x_3 = -2$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile reale ale polinomului f.

5p **b)** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât polinomul f să fie divizibil cu polinomul $X^2 - 2$.

5p **c)** Să se determine $a \in \mathbb{Z}$ pentru care polinomul f are o rădăcină rațională pozitivă.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=e^x-x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x),\ x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se demonstreze că $f(x)\geq 1,$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Să se scrie ecuația asimptotei oblice către $-\infty$ la graficul funcției *f*.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^3+mx^2+nx+p,$ unde $m,n,p\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Pentru $m=0,\ n=-3,\ p=2$, să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

5p **b)** Să se determine $m,n,p\in\mathbb{R},$ știind că $f'(-1)=f'(1)=0$ și $\int_{-1}^{1} f(x)dx=4$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x^4}\int_0^x f(t)dt$.