Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 24**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze suma $1+3+5+...+19$.

5p **2.** Să se demonstreze că ecuația $x^2-2x+1+a^2=0$ nu admite soluții reale, oricare ar fi $a\in\mathbb{R}^*$.

5p **3.** Să se determine valorile reale ale lui m, știind că valoarea minimă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx+m-1$ este egală cu $-\frac{1}{4}$.

5p **4.** Să se ordoneze crescător numerele $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$, 64 și $\sqrt[3]{8}$.

5p **5.** Fie ABC un triunghi echilateral înscris într-un cerc de centru O. Să se calculeze $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AO}$.

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului ABC, știind că $AB=\sqrt{3}$, $AC=3$ și măsura unghiului A este egală cu $120°$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x-2y+3z=-3 \\ 2x+y+z=4 \\ mx-y+4z=1 \end{cases}$, unde $m\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât $(2,1,-1)$ să fie o soluție sistemului.

5p **b)** Să se rezolve ecuația $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ m & -1 & 4 \end{vmatrix} = m^2-3m$, unde $m\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Pentru $m=-5$ să se rezolve sistemul de ecuații.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-(m+1)X^2-3X+3$, $f\in\mathbb{Q}[X]$.

5p **a)** Să se determine $m\in\mathbb{Q}$ astfel încât suma rădăcinilor polinomului f să fie egală cu 1.

5p **b)** Să se determine $m\in\mathbb{Q}$ astfel încât polinomul f să admită rădăcina $x_1=\sqrt{3}$.

5p **c)** Pentru $m=0$ să se descompună polinomul f în factori ireductibili în $\mathbb{Q}[X]$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^4}{4}-\ln x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Să se determine punctul de extrem al funcției *f*.

5p **c)** Să se demonstreze că $\ln\sqrt{x}\le\frac{x^2-1}{4}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Fie $I_n=\int_1^2 x^n e^x dx$, pentru $n\in\mathbb{N}$.

5p **a)** Să se calculeze I_0.

5p **b)** Să se arate că $I_1=e^2$.

5p **c)** Să se demonstreze că $(n+1)I_n+I_{n+1}=e\left(2^{n+1}e-1\right)$, pentru orice $n\in\mathbb{N}$.