Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 22**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine numărul real x, știind că $x-3,\ 4,\ x+3$ sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **2.** Să se calculeze distanța dintre punctele de intersecție ale graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-8x+7$ cu axa Ox.

5p **3.** Să se arate că $E=\sqrt{1+3+5+\ldots+21}$ este număr natural.

5p **4.** Să se determine câte numere naturale de câte trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1,2,3,4\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(-1,2)$. Să se determine coordonatele punctului $C\in(AB)$ astfel încât $\frac{CA}{CB}=2$.

5p **6.** În triunghiul ABC măsura unghiului C este egală cu $60°$, $AB = 4$ și $BC = 2$. Să se calculeze $\sin A$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $G=\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix} \middle| \ a,b\in\mathbb{Z},\ a^2-3b^2=1\right\}\subset\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$.

5p **a)** Să se verifice că $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\in G$ și $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\notin G$.

5p **b)** Să se arate că pentru orice două matrice $A,B\in G$ are loc egalitatea $A\cdot B=B\cdot A$.

5p **c)** Să se demonstreze că inversa oricărei matrice din *G* aparține mulțimii *G*.

2. Se consideră polinomul $f=mX^3+11X^2+7X+m$, $f\in\mathbb{R}[X]$.

5p **a)** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât polinomul f să fie divizibil cu polinomul $g=X-1$.

5p **b)** Să se determine $m\in\mathbb{Q}$ astfel încât $f\left(\sqrt{2}\right)\in\mathbb{Q}$.

5p **c)** Pentru $m=-9$ să se calculeze suma pătratelor rădăcinilor polinomului f.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-e\ln x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to e}\dfrac{f(x)}{f'(x)}$.

5p **c)** Să se determine intervalele de monotonie ale funcției *f*.

2. Se consideră funcția $f:[2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x-1}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_2^e\left(f(x)-\dfrac{1}{x-1}\right)dx$.

5p **b)** Să se arate că orice primitivă *F* a funcției *f* este concavă pe $[2;+\infty)$.

5p **c)** Să se determine *a* real, $a>2$ astfel încât aria suprafeței plane, mărginite de graficul funcției *f*, axa *Ox* și dreptele de ecuații $x=2$ și $x=a$, să fie egală cu $\ln 3$.