Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 19** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $\log_6 24 - \log_6 4$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$. Să se calculeze $f(0)\cdot f(1)\cdot\ldots\cdot f(2009)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-5}=2$.

5p **4.** Să se determine numărul natural n, $n\geq 5$, știind că $\frac{(n-3)!}{(n-5)!}=6$.

5p **5.** Să se determine numerele reale a, știind că lungimea segmentului determinat de punctele $A(-1,2)$ și $B(4-a,4+a)$ este egală cu 5.

5p **6.** Să se calculeze $\cos^2 45^\circ+\sin^2 135^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A_n\left(\log_2\left(\frac{1}{2}\right)^n,\ \log_3 9^n\right)$ și $B_n(-n,2n)$, $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a)** Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctele B_1 și B_2.

5p **b)** Să se arate că $A_n = B_n$, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **c)** Să se demonstreze că pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$, punctul A_n aparține dreptei A_1A_2.

2. În mulțimea $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinoamele $f = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$ și $g = X^2 - X - 1$.

5p **a)** Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul g.

5p **b)** Să se arate că dacă y este rădăcină a polinomului g, atunci $y^3 = 2y + 1$.

5p **c)** Să se demonstreze că dacă y este rădăcină a polinomului g, atunci $f(y)$ nu este număr rațional.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\ln x}{x^2}$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x), x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

5p **c)** Să se demonstreze că $0<f(x)\le\dfrac{1}{2e}$, pentru orice $x\in\left[\sqrt{e},+\infty\right)$.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{(x+1)^2}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_1^e x\left(f(x)+\dfrac{1}{(x+1)^2}\right)dx$.

5p **b)** Să se arate că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $(0,+\infty)$.

5p **c)** Să se verifice că $\int_1^2 f'(x)f(x)dx=-\dfrac{22}{81}$.