

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 19**

<http://www.pro-matematica.ro>

- 5p** 1. Să se ordoneze crescător numerele $\sqrt{3}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[4]{8}$.
- 5p** 2. Să se determine funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ știind că graficul său și graficul funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -3x + 3$ sunt simetrice față de dreapta $x = 1$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^{x+1} + 27 = 0$.
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă toate cifrele pare.
- 5p** 5. Să se determine ecuația medianei duse din vârful A al triunghiului ABC , unde $A(1, 2)$, $B(2, 3)$ și $C(2, -5)$.
- 5p** 6. Să se arate că $\operatorname{ctg} 2 = \frac{\operatorname{ctg} 1 - \operatorname{tg} 1}{2}$.

SUBIECTUL II (30p)**Varianta 19**<http://www.pro-matematica.ro>

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ x - y + z + t = 0 \\ x + y - z + t = 0 \\ x + y + z - t = 0 \end{cases}$$
 și A matricea sistemului.

5p a) Să se calculeze $\det(A)$.

5p b) Să se rezolve sistemul.

5p c) Să se determine A^{-1} .

2. Fie polinomul $f = X^4 + 2X^3 + aX^2 - 2X + 1 \in \mathbb{R}[X]$ și $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ rădăcinile sale.

5p a) Să se calculeze $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$.

5p b) Să se arate că $f(x) = x^2 \left[\left(x - \frac{1}{x} \right)^2 + 2 \left(x - \frac{1}{x} \right) + a + 2 \right], \forall x \in \mathbb{R}^*$.

5p c) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care toate rădăcinile polinomului f sunt numere reale.

1. Se consideră funcția $f : (-2, 2) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \frac{2+x}{2-x}$.

5p

a) Să se determine asimptotele graficului funcției f .

5p

b) Să se determine punctele de inflexiune ale graficului funcției f .

5p

c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x^a f\left(\frac{1}{x}\right)$, unde a este un număr real.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{-x^3 + 2x^2 - 5x + 8}{x^2 + 4}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

5p

a) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

5p

b) Să se calculeze $\int_1^4 (x + f(x) - 2)^2 dx$.

5p

c) Știind că funcția f este bijectivă, să se calculeze $\int_{\frac{4}{5}}^2 f^{-1}(x) dx$.