Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 18**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $\log_2 3+\log_2 \frac{1}{3}$.

5p **2.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $\{0,1,2,3,4,5\}$, acesta să verifice inegalitatea $n!<50$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x-14\cdot 2^{-x}=-5$.

5p **4.** Să se demonstreze că pentru orice număr real *a*, ecuația de gradul al doilea $x^2-(2\sin a)x+1-\cos^2 a=0$ admite soluții reale egale.

5p **5.** În reperul cartezian *xOy* se consideră vectorii $\overrightarrow{OA}(2,-3)$ și $\overrightarrow{OB}(1,-2)$. Să se determine numerele reale α și β pentru care vectorul $3\overrightarrow{OA}-5\overrightarrow{OB}$ are coordonatele (α,β).

5p **6.** Lungimea razei cercului circumscris triunghiului *ABC* este $\frac{3}{2}$, iar $BC=3$. Să se calculeze $\sin A$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $G=\left\{A=\begin{pmatrix} a+b & b \\ -b & a-b \end{pmatrix} \middle|\ a,b\in\mathbb{Z},\ a^2=1\right\}$.

5p **a)** Să se verifice dacă matricele $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și respectiv $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ aparțin mulțimii G.

5p **b)** Să se determine matricea $B\in\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ astfel încât $\begin{pmatrix} a+b & b \\ -b & a-b \end{pmatrix}=aI_2+bB$, oricare ar fi $a, b\in\mathbb{Z}$.

5p **c)** Să se demonstreze că inversa oricărei matrice din G este tot o matrice din G.

2. Se consideră polinomul cu coeficienți raționali $f=X^3+aX^2-5X+14$ și suma $S_n=x_1^n+x_2^n+x_3^n$, $n\in\mathbb{N}^*$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **a)** Să se determine numărul rațional a astfel încât polinomul f să admită rădăcina $x_1=-2$.

5p **b)** Pentru $a=-4$ să se rezolve ecuația $f(x)=0$.

5p **c)** Pentru $a=-4$ să se demonstreze egalitatea $S_3+42=4S_2+5S_1$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+1)^2+(x-1)^2$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=4x$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x^2}$.

5p **c)** Să se determine intervalele de monotonie ale funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{f'(x)}{f(x)}$.

2. Se consideră funcția $f:(0;+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x+\ln x$.

5p **a)** Știind că $g:(0;+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-\ln x$, să se verifice că $\int g(x)dx=g(x)+C$, $x>0$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_1^e f(x)dx$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\int_1^e xf\left(x^2\right)dx=\dfrac{e^{e^2}+e^2-e+1}{2}$.