Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 17**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $2\log_3 4 - 4\log_3 2$.

5p **2.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $2^{x-1} + 2^x = 12$.

5p **3.** Să se determine numărul natural n, $n \geq 1$ știind că $A_n^1 + C_n^1 = 10$.

5p **4.** Fie funcția $f:[0,2] \to \mathbb{R}$, $f(x) = -4x + 3$. Să se determine mulțimea valorilor funcției f.

5p **5.** Se consideră triunghiul echilateral ABC înscris într-un cerc de centru O. Să se arate că $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{O}$.

5p **6.** Să se calculeze $\sin 135°$.

SUBIECTUL II (30p)

1. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$ și $A_n(n,2n+1)$, $n\in\mathbb{N}$.

5p **a)** Să se determine ecuația dreptei A_1A_2.

5p **b)** Să se calculeze aria triunghiului OA_1A_2.

5p **c)** Să se arate că toate punctele $A_n(n,2n+1)$, $n\in\mathbb{N}$ sunt coliniare.

2. Se consideră mulțimea $M=\left\{A(a)=\begin{pmatrix} a & 0 & a\\ 0 & 0 & 0\\ a & 0 & a\end{pmatrix}\middle|\ a\in\mathbb{R}\right\}$.

5p **a)** Să se verifice dacă $A(a)\cdot A(b)=A(2ab)$, oricare ar fi numerele reale a și b.

5p **b)** Să se arate că $A\left(\frac{1}{2}\right)$ este element neutru față de operația de înmulțire a matricelor pe M.

5p **c)** Să se determine simetricul elementului $A(1)\in M$ în raport cu operația de înmulțire a matricelor pe mulțimea M.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x}{x^2}$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x), x\in\mathbb{R}^*$.

5p **b)** Să se demonstreze că funcția f este descrescătoare pe $(0,2]$.

5p **c)** Să se arate că $2e^{\sqrt{3}}\le 3e^{\sqrt{2}}$.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln x-x$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_1^2 (x-f(x)+\ln x)^2\,dx$.

5p **b)** Să se demonstreze că orice primitivă F a funcției f este concavă pe intervalul $(1,+\infty)$.

5p **c)** Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $h:[1,e]\to\mathbb{R}$, $h(x)=f(x)+x$, axa Ox și dreptele $x=1$ și $x=e$.