Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 15**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii $\{1,2,3,4\}$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $125^x = \frac{1}{5}$.

5p **3.** Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+5x+m+6$. Să se determine valorile reale ale lui m știind că $f(x)\geq 0$, pentru oricare $x\in\mathbb{R}$.

5p **4.** Să se determine numărul real x, știind că 2^x-1, 4^x și $2^{x+1}+3$ sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **5.** Să se calculeze $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$, știind că A, B și C sunt vârfurile unui triunghi.

5p **6.** Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC, știind că $AB = 5$, $AC = 4$ și $m(\sphericalangle A)=60^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & -2\\ -2 & 1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p **a)** Să se verifice că $AB=BA$.

5p **b)** Să se calculeze A^2+B^2, unde $A^2=A\cdot A$ și $B^2=B\cdot B$.

5p **c)** Să se arate că $C^4=5^4\cdot I_2$, unde $C=A+B$ și $C^4=C\cdot C\cdot C\cdot C$.

2. Se consideră polinoamele cu coeficienți raționali $f=X^4+aX^3+bX^2-5X+6$ și $g=X^3+X-2$.

5p **a)** Să se determine $a,b\in\mathbb{Q}$ astfel încât polinomul f să fie divizibil cu polinomul g.

5p **b)** Pentru $a=-3$ și $b=1$ să se descompună polinomul f în produs de factori ireductibili în $\mathbb{Q}[X]$.

5p **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{3x}-3^{2x+1}+3^x-5+6\cdot 3^{-x}=0$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcțiile $f_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_0(x)=e^{-x}-1$ și $f_{n+1}(x)=f_n'(x)$, pentru orice $n\in\mathbb{N}$.

5p **a)** Să determine $f_1(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $+\infty$ a graficului funcției f_0.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f_2(x)+x-1}{x^2}$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\sqrt{x^2+1}$.

5p **a)** Să se verifice că $\int_0^1 \dfrac{f(x)}{\sqrt{x^2+1}}\,dx=e-1$.

5p **b)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=xe^{-x}f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Să se calculeze $\int_{-1}^1 \sqrt{x^2+1}\cdot f(x)\,dx$.