**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
# Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

**Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.**
**Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

**SUBIECTUL I (30p)** **Varianta 12**

http://www.pro-matematica.ro

**5p** **1.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-25$. Să se calculeze $f(-5)\cdot f(-4)\cdot ...\cdot f(0)\cdot ...\cdot f(4)\cdot f(5)$.

**5p** **2.** Să se rezolve ecuația $C_n^2=28$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$.

**5p** **3.** Știind că $\log_3 2=a$, să se verifice dacă $\log_3 8+\log_3 100-\log_3 25=5a$.

**5p** **4.** Să se determine soluțiile reale ale inecuației $\frac{2x+3}{x^2+x+1}\geq 1$.

**5p** **5.** Să se scrie ecuația dreptei care conține punctele $A(2,3)$ și $B(-3,-2)$.

**5p** **6.** Se consideră triunghiul *ABC* de arie egală cu 6, cu *AB* = 3 și *BC* = 8. Să se calculeze $\sin B$.

**SUBIECTUL II (30p)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$. Se notează cu $X\cdot X=X^2$.

**5p** **a)** Să se verifice că $A=I_3+B$.

**5p** **b)** Să se calculeze suma $A^2+B^2$.

**5p** **c)** Să se calculeze inversa matricei $A^2$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy+7(x+y)+42$.

**5p** **a)** Să se calculeze $\sqrt{2}\circ(-\sqrt{2})$.

**5p** **b)** Să se verifice că $x\circ y=(x+7)(y+7)-7$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

**5p** **c)** Știind că legea de compoziție „$\circ$” este asociativă, să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x\circ x=x$.

**SUBIECTUL III (30p)**

**1.** Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2\ln x$.

**5p** **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0,+\infty)$.

**5p** **b)** Să se demonstreze că funcția $f$ este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.

**5p** **c)** Să se arate că $f(x)\geq \ln\frac{e^2}{4}$, oricare ar fi $x\in(0,+\infty)$.

**2.** Se consideră funcțiile $f_m:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f_m(x)=m^2x^2+(m^2-m+1)x+1$, unde $m\in\mathbb{R}$.

**5p** **a)** Să se calculeze $\int f_1(x)\,dx$.

**5p** **b)** Să se calculeze $\int_0^1 e^x f_0(x)\,dx$.

**5p** **c)** Să se determine $m\in\mathbb{R}^*$ astfel încât $\int_0^1 f_m(x)\,dx=\frac{3}{2}$.