Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 11**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze $C_5^4 + A_5^4$.

5p **2.** Să se calculeze suma $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}$.

5p **3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$. Să se determine numerele reale *a* și *b* știind că $3f(x)+2=3x+5$, pentru oricare $x\in\mathbb{R}$.

5p **4.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_3\left(x^2-2x\right)=\log_3(2x-3)$.

5p **5.** În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele $A(1,2)$, $B(-1,1)$, $C(3,5)$ și $D(5,a)$, $a\in\mathbb{R}$. Să se determine a, știind că $AB\parallel CD$.

5p **6.** Să se calculeze raza cercului circumscris triunghiului *ABC* știind că *BC* = 8 și $m(\sphericalangle A)=45^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $U=\begin{pmatrix}0 & 0\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}x & y\end{pmatrix}$ și $V=\begin{pmatrix}v & 9\\ 1 & v\end{pmatrix}$ cu $v,x,y\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se arate că dacă $X\cdot V=U$, atunci $x\cdot(v^2-9)=0$.

5p **b)** Să se determine valorile reale ale numărului *v* pentru care determinantul matricei V este nenul.

5p **c)** Să se determine trei soluții distincte ale sistemului de ecuații $\begin{cases}3x+y=0\\ 9x+3y=0\end{cases}$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x\circ y=\sqrt[3]{x^3+y^3-1}$.

5p **a)** Să se demonstreze că $x\circ(-x)=-1$, oricare ar fi *x* real.

5p **b)** Să se arate că legea de compoziție "$\circ$"este asociativă.

5p **c)** Să se calculeze $(-4)\circ(-3)\circ...\circ 3\circ 4$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=-\frac{2}{x^3}-\frac{2}{(x+1)^3}$, oricare ar fi $x\in(0,\infty)$.

5p **b)** Să se demonstreze că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3 f'(x)$.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{\ln x}{x}+x$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_1^e (f(x)-\frac{\ln x}{x})\,dx$.

5p **b)** Să se verifice că $\int_1^e f(x)\,dx=\frac{e^2}{2}$.

5p **c)** Să se arate că șirul care are termenul general $I_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}} (f(x)-x)\,dx,\ n\geq 1$ este o progresie aritmetică cu rația 1.