Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba D

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 100** http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se calculeze distanța dintre punctele $A(0,-3)$ și $B(5,2)$.

5p **2.** Să se calculeze $\log_3 27 - \log_3 \frac{1}{9} + \log_3 \sqrt[3]{3} - \log_3 1$.

5p **3.** Să se dea exemplu de o funcție $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$, cu $a,b\in\mathbb{R}$, descrescătoare, a cărei reprezentare grafică intersectează axa Ox în punctul $N(-3,0)$.

5p **4.** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x^2+x-13}=125$.

5p **5.** Să se rezolve sistemul $\begin{cases} x+y=-3 \\ x\cdot y=-10 \end{cases}$, $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **6.** Fie triunghiul ABC, cu $m(\hat{A})=90^\circ$ și $D\in(BC)$ piciorul înălțimii duse din vârful *A*. Să se calculeze lungimea laturii *AC* știind că $AB=10$ și $AD=5\sqrt{3}$.

SUBIECTUL II (30p) **Varianta 100** http://www.pro-matematica.ro

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy + x + y$.

5p **a)** Să se arate că $x * (-x)$ este număr negativ, pentru oricare $x \in \mathbb{R}^*$.

5p **b)** Să se arate că legea de compoziție „$*$” este asociativă.

5p **c)** Să se studieze existența elementului neutru în raport cu legea „$*$”.

5p **d)** Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} x * y = 1 + xy \\ x * x = y \end{cases}$, unde $x, y \in \mathbb{R}$.

5p **e)** Să se arate că orice element $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ este simetrizabil în raport cu legea de compoziție „$*$”

5p **f)** Să se verifice dacă $(\mathbb{R}, *)$ este grup.

SUBIECTUL III (30p) **Varianta 100**

Se consideră matricele $X(a)=\begin{pmatrix} 2a & a+1 & a+2 \\ 0 & a-1 & a-2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $a\in\mathbb{R}$, și $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Pentru o matrice $A\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ se notează cu $S_1(A)$ suma elementelor din prima coloană, cu $S_2(A)$ suma elementelor din a doua coloană, cu $S_3(A)$ suma elementelor din a treia coloană și cu M mulțimea de matrice $M=\{A\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})\mid S_1(A)=S_2(A)=S_3(A)\}$.

5p **a)** Să se arate că $I_3\in M$.

5p **b)** Să se calculeze $X(1)-2I_3$.

5p **c)** Să se determine $a,b\in\mathbb{R}$ astfel încât matricea $B=\begin{pmatrix} 2a & -7 & 2 \\ 2-2b & 2a-1 & 2 \\ 3 & 3 & -5 \end{pmatrix}$ să aparțină mulțimii M.

5p **d)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ știind că $\det(X(a)+I_3)=6$.

5p **e)** Să se arate că oricare ar fi $a\in\mathbb{R}$, matricea $C=X(a)\cdot\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ aparține mulțimii M.

5p **f)** Să se demonstreze că pentru orice matrice $A,B\in M$, matricea $A+B$ aparține mulțimii M.