Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 10**

http://www.pro-matematica.ro

5p **1.** Să se determine al patrulea termen al unei progresii geometrice, știind că rația este egală cu $\frac{1}{3}$ și primul termen este 27.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $f^2(x)+2f(x)-3=0$.

5p **3.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $4^x-3\cdot 2^x+2=0$.

5p **4.** Să se compare numerele $a=C_4^1+C_4^3$ și $b=C_3^0+C_3^1+C_3^2+C_3^3$.

5p **5.** Se consideră vectorii $\vec{v}=3\vec{i}+4\vec{j}$ și $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}$. Să se determine coordonatele vectorului $\vec{w}=2\vec{v}-3\vec{u}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul *ABC*, având aria egală cu 15. Să se calculeze $\sin A$, știind că $AB = 6$ și $AC = 10$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$. Se notează $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $A^n=\underbrace{A\cdot A\cdot ...\cdot A}_{de\ n\ ori}$, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a)** Să se calculeze determinantul matricei *A*.

5p **b)** Să se arate că $A^2+A^3=O_2$.

5p **c)** Să se calculeze suma $A+2\cdot A^2+...+10\cdot A^{10}$.

2. Se consideră polinoamele $f,g\in\mathbb{R}[X]$, $f=(X-1)^{10}+(X-2)^{10}$ și $g=X^2-3X+2$.

5p **a)** Să se descompună polinomul g în produs de factori ireductibili în $\mathbb{R}[X]$.

5p **b)** Să se demonstreze că polinomul f nu este divizibil cu polinomul g.

5p **c)** Să se determine restul împărțirii polinomului f la polinomul g.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}x^2-x,\ x\geq 1\\ -x^2+x,\ x<1\end{cases}$.

5p **a)** Să se studieze continuitatea funcției f în punctul $x_0=1$.

5p **b)** Să se calculeze $f'(0)+f'(2)$.

5p **c)** Să se demonstreze că funcția f este concavă pe $(-\infty;1)$.

2. Se consideră funcțiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{e^{2x}+1}{e^x}$ și $g(x)=\frac{e^{2x}-1}{e^x}$.

5p **a)** Să se verifice că funcția *g* este o primitivă a funcției *f*.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\mathrm{g}(x)\,dx$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\int_0^1 f'(x)g'(x)dx=\int_0^1 f(x)g(x)dx$.